

# Методологический подход к формированию подборок из ОПИФов

## Что это и зачем?

«Методологический подход к формированию подборок из ОПИФов» — это прозрачный экспертный подход к формированию примерных подборок из внебиржевых фондов, доступных на «Финуслугах». Метод использует классическую средне-дисперсионную логику Марковица (MVO), дополненную техническими шагами: выравнивание исторических рядов по NAV/СЧА фондов, при необходимости статистическое восстановление короткой истории через регрессию на отраслевые/долговые индексы Московской биржи, расчет матриц доходностей/ковариаций, Монте-Карло-генерацию и выделение эффективной границы. Дополнительно учитываются штрафы за низкую диверсификацию и малую величину СЧА. На этой основе выбираются три модельных портфеля (консервативный, сбалансированный, агрессивный) как иллюстрация разных уровней отношения к риску.

## Как этим пользоваться?

Это не «правильный ответ» и/или готовый портфель, а исходная точка для самостоятельных решений: вы можете взять готовую подборку и/или воспроизвести расчеты скорректировав логику, менять параметры (состав фондов, веса, штрафы, горизонты), пересчитывать и получать собственный результат. Подход демонстрирует один из возможных научно обоснованных способов навигации по множеству фондов и помогает понять компромисс «риск ↔ доходность».

## ВАЖНО:

Материалы носят информационно-аналитический характер и не являются индивидуальной инвестиционной рекомендацией или офертой. Примеры подборок из фондов не учитывают ваши цели, опыт, финансовое положение и профиль риска. До принятия решений изучите правила фондов и риск-факторы, при необходимости обратитесь к инвестиционному консультанту. Прошлая доходность не гарантирует будущих результатов; рыночные цены и параметры могут изменяться. Ответственность за инвестиционные решения несет пользователь.

## Описание методологии

### Исходные данные

Для моделирования используются исторические данные о стоимости паёв и величине чистых активов (СЧА) ОПИФов, а также временные ряды отраслевых индексов акций и облигаций Московской биржи.

В анализ включены следующие индексы:

- Индекс нефти и газа (МОЕХОГ)
- Индекс электроэнергетики (МОЕХЕУ)
- Индекс телекоммуникаций (МОЕХТЛ)
- Индекс металлов и добычи (МОЕХММ)
- Индекс финансов (МОЕХФН)
- Индекс потребительского сектора (МОЕХСН)
- Индекс химии и нефтехимии (МОЕХСН)
- Индекс информационных технологий (МОЕХИТ)
- Индекс недвижимости (МОЕХРЕ)
- Индекс транспорта (МОЕХТН)
- Индекс государственных облигаций (RGBITR)
- Индекс корпоративных облигаций (RUCBTRNS)
- Индекс муниципальных облигаций (RUMBTRNS)

### Настраиваемые (калибруемые) параметры

- дата начала анализа;
- коэффициенты штрафа за низкую диверсификацию и низкую величину СЧА;
- минимальное и максимальное число фондов в портфеле;
- границы допустимых весов фондов;
- количество генерируемых портфелей;
- значения параметров чувствительности к риску.

### Схема процесса определения оптимальный портфелей

- Для каждого ПИФа назначается одинаковое временное окно анализа.
- Для ОПИФов с недостающей историей генерируются цены паев до необходимой глубины (с условием, что для ОПИФа доступны данные хотя бы за 30 дней) с помощью оценки регрессии исторических цен паев на индексы МБ.
- С помощью итоговых данных вычисляется средняя доходность ОПИФов, их ковариационная и корреляционная матрицы.
- С помощью Монте-Карло симуляций генерируется облако решений задачи MVO.
- Путем отбора номинируемых решений (по риску и доходности) строится эффективная граница – множество оптимальных портфелей.
- На эффективной границе определяется три портфеля, риск-доходность которых максимизирует функцию полезности по Марковицу по коэффициентам чувствительности к риску  $A_{low}$ ,  $A_{mid}$ ,  $A_{high}$ .

## Генерация недостающих исторических цен

Для части паевых инвестиционных фондов (ПИФов) недоступна полная историческая информация о стоимости пая вплоть до требуемой даты. Для восстановления недостающих данных используется регрессионная модель на основе доходностей широкого набора индексов Московской Биржи, отражающих ключевые секторы экономики и классы активов. Предполагается, что динамика доходностей каждого ПИФа может быть аппроксимирована линейной комбинацией доходностей этих индексов. Так, были выбраны все доступные отраслевые индексы акций, а также все доступные индексы облигаций (за исключением композитных).

Для каждого ПИФа и каждого индекса рассчитываются дневные логарифмические доходности:

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right), \quad f_{j,t} = \ln\left(\frac{I_{j,t}}{I_{j,t-1}}\right),$$

где  $P_{i,t}$  – цена пая фонда  $i$  в день  $t$ , а  $I_{j,t}$  – значение индекса  $j$  в тот же день.

При условии, что для ПИФа доступно хотя бы 30 известных торговых дней, на доступном интервале данных фонда  $i$  оценивается следующая регрессионная модель:

$$r_{i,t} = \alpha_i + \sum_{j=1}^K \beta_{i,j} f_{j,t} + \varepsilon_{i,t},$$

где  $K$  – количество индексов,  $\alpha_i$  – константа,  $\beta_{i,j}$  – чувствительность доходности фонда к доходности индекса  $j$ .

Параметры оцениваются методом наименьших квадратов:

$$\hat{\beta}_i = \operatorname{argmin}_{\beta_i} \sum_{t \in T} \left( r_{i,t} - \alpha_i - \sum_{j=1}^K \beta_{i,j} f_{j,t} \right)^2.$$

Для периодов, предшествующих первой дате наблюдения фонда  $t_0$ , генерируются восстановленные доходности как:

$$\hat{r}_{i,t} = \hat{\alpha}_i + \sum_{j=1}^K \hat{\beta}_{i,j} f_{j,t}, \quad t < t_0.$$

Пусть  $P_{0,t}$  – известная цена пая фонда в первую доступную дату наблюдения. Тогда исторические цены восстанавливаются по рекурсии:

$$\hat{P}_{i,t} = P_{0,t} \exp\left(- \sum_{\tau=t+1}^{t_0} \hat{r}_{i,\tau}\right), \quad t < t_0.$$

На выходе получаем полный временной ряд цен паев  $\hat{P}_{i,t}$  для всех фондов, включающий как наблюдаемые, так и восстановленные значения.

## Оценка ожидаемых доходностей и риска

Дневные лог-доходности:

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right), \quad t = t_0 + 1, \dots, t_T.$$

Соберем матрицу доходностей  $R = [r_{i,t}] \in R^{N \times T}$  на синхронизированном календаре.

Выборочные средние:

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{i,t}, \quad \hat{\mu} = (\hat{\mu}_1, \dots, \hat{\mu}_N)^\top.$$

Ковариационная матрица:

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \hat{\mu})(r_t - \hat{\mu})^\top, \quad \hat{r}_t = (\hat{r}_{1,t}, \dots, \hat{r}_{N,t})^\top.$$

Корреляционная матрица:

$$\hat{\rho}_{i,j} = \frac{\hat{\Sigma}_{i,j}}{\sqrt{\hat{\Sigma}_{i,i}\hat{\Sigma}_{j,j}}} \in [-1; 1].$$

Также добавим штраф за коррелированность активов в портфеле (увеличиваем значение риска за отсутствие диверсификации). Так, мы численно обеспечиваем предложение хорошо диверсифицированного портфеля пользователю:

$$C(w) = \sum_{i < j} \hat{\rho}_{i,j} w_i w_j.$$

Наконец, добавляем штраф за риск ликвидности (низкой надежности) со стороны УК, уровень которого определяется с помощью СЧА фонда:

$$L(w) = \sum_i w_i \ln\left(\frac{NAV_{med}}{NAV_i}\right),$$

где  $NAV_i$  – СЧА ПИФа  $i$ , а  $NAV_{med}$  – медианное значение СЧА среди всех фондов, оставшихся в анализе. Данный множитель добавлен исходя из предположения о том, что более высокая СЧА означает более надежную УК. И наоборот, более низкая СЧА характеризует УК как менее надежную.

Таким образом, мы получаем модифицированную функцию риска:

$$R_{\eta,\lambda}(w) = w^\top \hat{\Sigma} w + \lambda C(w) + \eta L(w),$$

где  $\lambda \geq 0$  – параметр штрафа за коррелированность ПИФов в портфеле,  $\eta \geq 0$  – параметр штрафа за риск со стороны УК.

## Оптимизационная задача

Для фиксированной целевой доходности  $\mu^*$  решаем портфельную задачу в духе классической модели Марковица, но с модифицированной риск-функцией  $R_{\eta,\lambda}(w)$  и с дополнительными ограничениями на веса и количество ПИФов:

$$\begin{aligned} \min_{w \in \mathbb{R}^N} R_{\eta,\lambda}(w) &= w^\top \hat{\Sigma} w + \lambda C(w) + \eta L(w) \\ \text{s. t. } \hat{\mu}^\top w &\geq \mu^*, \\ \sum_i w_i &= 1, \\ w_i &> 0, \\ 2 &\leq \|w\|_0 \leq 4. \end{aligned}$$

## Построение эффективной границы

Строим крупное облако точек на графике риск-доходности, состоящее из  $N$  случайных портфелей, удовлетворяющих ограничениям, рассчитываем по каждому  $(\sigma, \mu)$ , а затем выделяем недоминируемые точки, определяя эффективную границу.

Генерация случайных портфелей:

- Выбираем количество ПИФов  $K \sim Unif\{2, 3, 4\}$  и подмножество  $S \subset \{1, \dots, N\}$  размера  $K$  без возвращения.
- Генерируем сырые веса  $u_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} Unif[0.2, 0.8]$  для  $i \in S$ , нормируем  $w_i = \frac{u_i}{\sum_{j \in S} u_j}$  (для  $i \notin S$  полагаем  $w_i = 0$ ).
- Вычисляем ожидаемую доходность и риск со штрафами:

$$\mu(w) = \hat{\mu}^\top w, \quad \sigma(w) = w^\top \hat{\Sigma} w + \lambda C(w) + \eta L(w).$$

- Получаем облако точек  $\{(\sigma(w), \mu(w))\}$ .
- Сортируем портфели по возрастанию  $\sigma$  и последовательно отбрасываем решения.
- Точка  $(\sigma_1, \mu_1)$  доминируется  $(\sigma_2, \mu_2)$ , если  $\sigma_2 \leq \sigma_1$  и  $\mu_2 \leq \mu_1$  (хотя бы одно строго).
- Оставшиеся формируют дискретную аппроксимацию эффективной границы  $F$ .

## Выбор оптимальных портфелей под уровни риска

Воспользуемся функцией полезности по Марковицу:

$$U(\mu_p, \sigma_p) = \mu_p - \frac{1}{2} A \sigma_p^2,$$

где  $\mu_p, \sigma_p$  – доходность и риск портфеля  $p \in F$ ,  $A$  – чувствительность к риску (настраиваемый параметр).

Калибруются коэффициенты терпимости к риску  $A_{low}, A_{mid}, A_{high}$  под три типа портфелей по риску: консервативный, сбалансированный и агрессивный. Для каждого уровня риска выбирается тот портфель, который максимизирует функцию полезности:

$$\mu_v^*(w), \sigma_v^*(w) \in \max_{\mu_p(w), \sigma_p(w)} \left( \mu_p - \frac{1}{2} A_v \sigma_p^2 \right), \quad v \in \{low, mid, high\}.$$

По итогу получаем три портфеля, предлагаемых пользователю: набор ОПИФов, их веса в портфеле, ожидаемую доходность и риск.